

3.1

- a) Koska pallo palautetaan aina noston jälkeen takaisin, lähtötilanne on molemmilla nostokerroilla sama. Siksi tapahtumat ”1. pallo on musta” ja ”2. pallo on valkoinen” ovat riippumattomia.

Palloja on yhteensä $8 + 6 + 13 = 27$.

Lasketaan tapahtuman todennäköisyys.

$$\begin{aligned} & P(1. \text{ musta ja } 2. \text{ valkoinen}) \\ &= P(1. \text{ musta}) \cdot P(2. \text{ valkoinen}) \\ &= \frac{8}{27} \cdot \frac{13}{27} \\ &\approx 0,143 \end{aligned}$$

- b) Musta ja valkoinen pallo voidaan saada kahdella tavalla.

Tapahtumat

”1. pallo on musta ja 2. valkoinen” ja

”1. pallo on valkoinen ja 2. musta”

eivät voi tapahtua yhtä aikaa, joten ne ovat erillisiä.

Lasketaan tapahtuman todennäköisyys.

$$\begin{aligned} & P(1. \text{ musta ja } 2. \text{ valkoinen TAI } 1. \text{ valkoinen ja } 2. \text{ musta}) \\ &= P(1. \text{ musta ja } 2. \text{ valkoinen}) + P(1. \text{ valkoinen ja } 2. \text{ musta}) \\ &= P(1. \text{ musta}) \cdot P(2. \text{ valkoinen}) + P(1. \text{ valkoinen}) \cdot P(2. \text{ musta}) \\ &= \frac{8}{27} \cdot \frac{13}{27} + \frac{13}{27} \cdot \frac{8}{27} \\ &\approx 0,285 \end{aligned}$$

- c) Kahdella nostolla voidaan saada sinisiä palloja 0, 1 tai 2 kappaletta. Tapahtuman ”tulee vähintään 1 sininen pallo” todennäköisyys on yksinkertaisempaa laskea vastatapahtuman ”ei tule yhtään sinistä palloa” todennäköisyyden avulla.

$$\begin{aligned} &P(\text{vähintään 1 sininen pallo}) \\ &= 1 - P(\text{ei yhtään sinistä palloa}) \\ &= 1 - P(1. \text{ ei sininen ja } 2. \text{ ei sininen}) \\ &= 1 - P(1. \text{ ei sininen}) \cdot P(2. \text{ ei sininen}) \\ &= 1 - \frac{8+13}{27} \cdot \frac{8+13}{27} \\ &\approx 0,395 \end{aligned}$$

Vastaus

a) 0,143 b) 0,285 c) 0,395

3.2

- a) Nostettu kortti palautetaan aina takaisin pakkaan, joten nostot ovat riippumattomia.

$P(\text{toinen kortti on pata})$

$= P(1. \text{ mikä vain ja toinen on pata ja } 3. \text{ mikä vain})$

$$= \frac{52}{52} \cdot \frac{13}{52} \cdot \frac{52}{52}$$

$$= \frac{13}{52}$$

$$= \frac{1}{4}$$

$$= 0,250$$

b)

$P(\text{kaksi ensimmäistä korttia ovat patoja})$

$= P(1. \text{ pata ja } 2. \text{ pata ja } 3. \text{ mikä vain})$

$$= \frac{13}{52} \cdot \frac{13}{52} \cdot \frac{52}{52}$$

$$= \frac{13}{52} \cdot \frac{13}{52}$$

$$= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4}$$

$$= \frac{1}{16}$$

$$= 0,0625$$

c) Korteista 13 on patoja, loput $52 - 13 = 39$ eivät ole patoja.

$P(\text{ainakin yksi korteista pata})$

$= 1 - P(\text{mikään korteista ei ole pata})$

$= 1 - P(1. \text{ ei pata ja } 2. \text{ ei pata ja } 3. \text{ ei pata})$

$= 1 - P(1. \text{ ei pata}) \cdot P(2. \text{ ei pata}) \cdot P(3. \text{ ei pata})$

$= 1 - \frac{39}{52} \cdot \frac{39}{52} \cdot \frac{39}{52}$

$\approx 0,578$

Vastaus

a) 0,250 **b)** 0,0625 **c)** 0,578

3.3

a) Valot näyttävät vihreää $100\% - 40\% = 60\%$ ($= 0,6$) ajasta.

$$\begin{aligned} &P(\text{Väiski ei joudu pysähtymään kertaakaan}) \\ &= P(1. \text{ vihreät ja } 2. \text{ vihreät ja } 3. \text{ vihreät}) \\ &= P(1. \text{ vihreät}) \cdot P(2. \text{ vihreät}) \cdot P(3. \text{ vihreät}) \\ &= 0,6 \cdot 0,6 \cdot 0,6 \\ &= 0,216 \\ &\approx 0,22 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} &P(\text{Väiski joutuu pysähtymään kaikissa kolmissa valoissa}) \\ &= P(1. \text{ punaiset ja } 2. \text{ punaiset ja } 3. \text{ punaiset}) \\ &= P(1. \text{ punaiset}) \cdot P(2. \text{ punaiset}) \cdot P(3. \text{ punaiset}) \\ &= 0,4 \cdot 0,4 \cdot 0,4 \\ &= 0,064 \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} &P(\text{Väiski joutuu pysähtymään ainakin kerran}) \\ &= 1 - P(\text{Väiski ei joudu pysähtymään kertaakaan}) \\ &= 1 - 0,216 \\ &= 0,784 \\ &\approx 0,78 \end{aligned}$$

Vastaus

a) 0,22 b) 0,064 c) 0,78

3.4

- a) Nostettu kortti palautetaan aina noston jälkeen pakkaan, joten nostot ovat riippumattomia.

$$\begin{aligned} &P(\text{Kaikki kolme ässiä}) \\ &= P(1. \text{ ässä ja } 2. \text{ ässä ja } 3. \text{ ässä}) \\ &= P(1. \text{ ässä}) \cdot P(2. \text{ ässä}) \cdot P(3. \text{ ässä}) \\ &= \frac{4}{52} \cdot \frac{4}{52} \cdot \frac{4}{52} \\ &\approx 0,000\,455 \end{aligned}$$

- b) Korteista 4 on ässiä, loput $52 - 4 = 48$ eivät ole ässiä.

$$\begin{aligned} &P(\text{Mikään ei ole ässä}) \\ &= P(1. \text{ ei ässä ja } 2. \text{ ei ässä ja } 3. \text{ ei ässä}) \\ &= P(1. \text{ ei ässä}) \cdot P(2. \text{ ei ässä}) \cdot P(3. \text{ ei ässä}) \\ &= \frac{48}{52} \cdot \frac{48}{52} \cdot \frac{48}{52} \\ &\approx 0,787 \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} &P(\text{Ainakin yksi on ässä}) \\ &= 1 - P(\text{ei yhtään ässää}) \\ &= 1 - \frac{48}{52} \cdot \frac{48}{52} \cdot \frac{48}{52} \\ &\approx 0,213 \end{aligned}$$

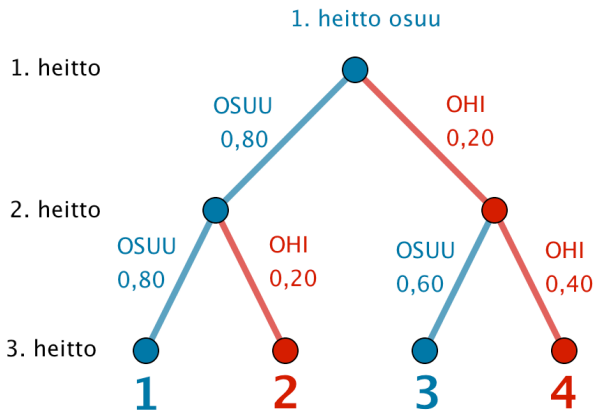
Vastaus

a) 0,000 455 b) 0,787 c) 0,213

3.5

Koripalloilija osuu vapaahetulla koriin 80 % todennäköisyydellä, mikäli edellinen heitto on osunut koriin, ja 60 % todennäköisyydellä, mikäli edellinen heitto on mennyt ohi.

Piirretään puukaavio, kun ensimmäinen heitto osuu koriin.



Suotuisat alkeistapaukset ovat 1 ja 3, koska niissä kolmas heitto osuu koriin.

$$\begin{aligned} &P(\text{kolmas osuu} \mid \text{ensimmäinen osuu}) \\ &= P(1. \text{ osuu ja } 2. \text{ osuu TAI } 1. \text{ ohi ja } 2. \text{ osuu}) \\ &= 0,80 \cdot 0,80 + 0,20 \cdot 0,60 \\ &= 0,76 \\ &= 76 \% \end{aligned}$$

Vastaus

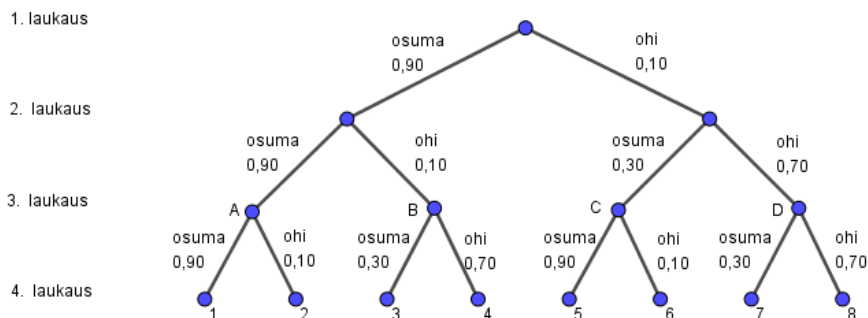
76 %

3.6

Jos laukaus osuu tauluun, niin seuraava laukaus osuu tauluun todennäköisyydellä 0,90.

Jos laukaus ei osu tauluun, niin seuraavakaan laukaus ei osu todennäköisyydellä 0,70.

Laaditaan puukaavio, kun ensimmäinen laukaus osuu tauluun.



Merkitään o = osuma ja h = ohi (eli huti).

Suotuisat tapaukset ovat A ja C, koska niissä kolmas laukaus osuu tauluun.

$$\begin{aligned} P(\text{kolmas laukaus osuu}) \\ &= P(oo \text{ tai } ho) \\ &= 0,90 \cdot 0,90 + 0,10 \cdot 0,30 \\ &= 0,84 \end{aligned}$$

Suotuisat tapaukset ovat 2, 4, 6 ja 8, koska niissä neljäs laukaus ei osu tauluun.

$P(\text{neljäs laukaus ei osu})$

$= P(ooh \text{ tai } ohh \text{ tai } hoh \text{ tai } hhh)$

$= 0,90 \cdot 0,90 \cdot 0,10 + 0,90 \cdot 0,10 \cdot 0,70 + 0,10 \cdot 0,30 \cdot 0,10 + 0,10 \cdot 0,70 \cdot 0,70$

$= 0,196$

$\approx 0,20$

Vastaus

a) 0,84 b) 0,20

3.7

52 kortin korttipakasta nostetaan kaksi korttia palauttamatta kortteja nostojen välissä pakkaan. Korttien määrä pakassa vähenee yhdellä jokaisella nostolla.

- a) Pakassa on 26 punaista korttia.

$$\begin{aligned} &P(\text{saadaan kolme punaista korttia}) \\ &= \frac{26}{52} \cdot \frac{25}{51} \cdot \frac{24}{50} \approx 0,1176 \end{aligned}$$

- b) Pakassa on 4 ässää.

$$\begin{aligned} &P(\text{saadaan kolme ässää}) \\ &= \frac{4}{52} \cdot \frac{3}{51} \cdot \frac{2}{50} \approx 0,000\,1810 \end{aligned}$$

- c) Pakassa on vain kaksi punaista ässää. Tällöin

$$\begin{aligned} &P(\text{saadaan kolme punaista korttia ja saadaan kolme ässää}) \\ &= P(\text{saadaan kolme punaista ässää}) = 0. \end{aligned}$$

Lasketaan todennäköisyys.

$$\begin{aligned} &P(\text{saadaan kolme punaista korttia tai kolme ässää}) \\ &= P(\text{kolme punaista}) + P(\text{kolme ässää}) - P(\text{kolme punaista ässää}) \\ &= \frac{26}{52} \cdot \frac{25}{51} \cdot \frac{24}{50} + \frac{4}{52} \cdot \frac{3}{51} \cdot \frac{2}{50} - 0 \\ &\approx 0,1178 \end{aligned}$$

Vastaus

- a)** 0,1176 **b)** 0,000 1810 **c)** 0,1178

3.8

Autoilija löytää heti vapaan pysäköintipaikan, jos ainakin yksi pysäköintipaikka on vapaana.

Kukin pysäköintipaikka on

vapaana todennäköisyydellä $P(\text{paikka vapaana}) = \frac{9}{60}$

ja varattuna todennäköisyydellä $P(\text{paikka varattu}) = \frac{60-9}{60} = \frac{51}{60}$.

Lasketaan todennäköisyys.

$P(\text{autoilija löytää heti vapaan pysäköintipaikan})$

$= P(\text{ainakin yksi pysäköintipaikka vapaana})$

$= 1 - P(\text{kaikki pysäköintipaikat varattuina})$

$= 1 - \left(\frac{51}{60}\right)^6$

$\approx 0,623$

Vastaus

0,623

3.9

Rasiassa A on yhteensä 9 lankarullaa: 4 mustaa ja 5 punaista.

Rasiassa B on yhteensä 8 lankarullaa: 6 valkoista ja 2 punaista.

Valitaan umpimähkään rasia ja sieltä lankarulla.

a) $P(\text{valittu lankarulla on valkoinen})$

$$= P(\text{valitaan rasia A ja valkoinen} \text{ tai } \text{rasia B ja valkoinen})$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{0}{9} + \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{8}$$

$$= \frac{3}{8}$$

$$= 0,375$$

b) $P(\text{valittu lankarulla on punainen})$

$$= P(\text{valitaan rasia A ja punainen} \text{ tai } \text{rasia B ja punainen})$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{9} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{8}$$

$$= \frac{29}{72}$$

$$\approx 0,403$$

Vastaus

a) 0,375 b) 0,403

3.10

A: ”jalankulkijalla on heijastin”

$$P(A) = 65 \% = 0,65$$

B: ”jalankulkijalla on sadetakki”

$$P(B) = 24 \% = 0,24$$

75 %:lla sadetakkia käyttävistä on heijastin $P(A \text{ kun } B) = 75 \% = 0,75$

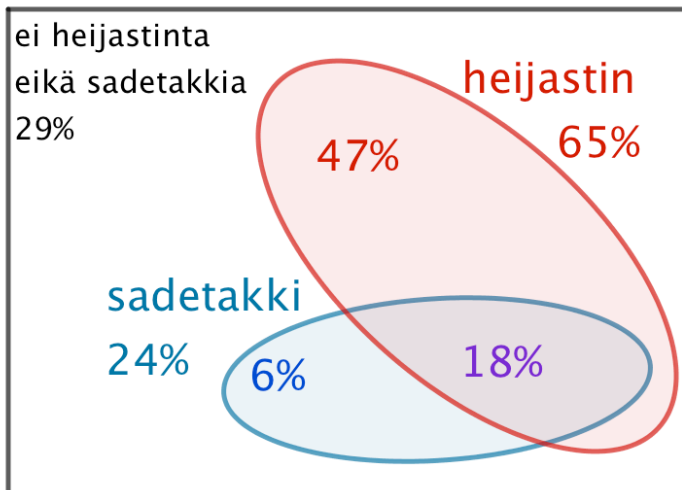
Lasketaan prosenttiosuudet ja piirretään kaavio.

sadetakki ja heijastin: $0,75 \cdot 0,24 = 0,18 = 18 \%$

sadetakki ja ei heijastinta: $0,25 \cdot 0,24 = 0,06 = 6 \%$

heijastin ja ei sadetakkia: $65 \% - 18 \% = 47 \%$.

ei heijastinta, eikä sadetakkia: $100 \% - 65 \% - 6 \% = 29 \%$.



a) $P(\text{jalankulkijalla on sadetakki ja heijastin}) = 0,18$

b) $P(\text{jalankulkijalla on sadetakki tai heijastin}) = 0,06 + 0,65 = 0,71$

c) $P(\text{jalankulkijalla ei ole heijastinta eikä sadetakkia}) = 0,29$

d) $P(\text{jalankulkijalla on sadetakki, muttei heijastinta}) = 0,06$

e) $P(\text{jalankulkijalla on heijastin, muttei sadetakkia}) = 0,47$

Vastaus

a) 0,18 **b)** 0,71 **c)** 0,29 **d)** 0,06 **e)** 0,47

3.11

- a) Koska tomaatti palautetaan aina noston jälkeen takaisin, lähtötilanne on molemmilla nostokerroilla sama. Siksi tapahtumat ”1. tomaatti on keltainen” ja ”2. tomaatti on vihreä” ovat riippumattomia.

Tomaatteja on yhteensä $7 + 4 + 5 = 16$.

Lasketaan tapahtuman todennäköisyys.

$$\begin{aligned} &P(1. \text{ keltainen ja } 2. \text{ vihreä}) \\ &= P(1. \text{ keltainen}) \cdot P(2. \text{ vihreä}) \\ &= \frac{4}{16} \cdot \frac{5}{16} \\ &\approx 0,0781 \end{aligned}$$

- b) Vihreä ja keltainen tomaatti voidaan saada kahdella tavalla.

Tapahtumat

”1. tomaatti on vihreä ja 2. keltainen” ja

”1. tomaatti on vihreä ja 2. keltainen”

eivät voi tapahtua yhtä aikaa, joten ne ovat erillisiä.

Lasketaan tapahtuman todennäköisyys.

$$\begin{aligned} &P(1. \text{ vihreä ja } 2. \text{ keltainen TAI } 1. \text{ keltainen ja } 2. \text{ vihreä}) \\ &= P(1. \text{ vihreä ja } 2. \text{ keltainen}) + P(1. \text{ keltainen ja } 2. \text{ vihreä}) \\ &= P(1. \text{ vihreä}) \cdot P(2. \text{ keltainen}) + P(1. \text{ keltainen}) \cdot P(2. \text{ vihreä}) \\ &= \frac{5}{16} \cdot \frac{4}{16} + \frac{4}{16} \cdot \frac{5}{16} \\ &\approx 0,156 \end{aligned}$$

- c) Kahdella nostolla voidaan saada punaisia tomaatteja 0, 1 tai 2 kappaletta. Tapahtuman ”tulee vähintään 1 punainen tomaatti” todennäköisyys on yksinkertaisempaa laskea vastatapahtuman ”ei tule

yhtään punaista tomaattia” todennäköisyyden avulla.

$$\begin{aligned} &P(\text{vähintään 1 punainen tomaatti}) \\ &= 1 - P(\text{ei yhtään punaista tomaattia}) \\ &= 1 - P(1. \text{ ei punainen ja } 2. \text{ ei punainen}) \\ &= 1 - P(1. \text{ ei punainen}) \cdot P(2. \text{ ei punainen}) \\ &= 1 - \frac{4+5}{16} \cdot \frac{4+5}{16} \\ &\approx 0,684 \end{aligned}$$

Vastaus

a) 0,0781 **b)** 0,156 **c)** 0,684

3.12

a) Jokainen osista A, B ja C on virheellinen muista osista riippumatta.

$$\begin{aligned} &P(\text{kaikki osat virheellisiä}) \\ &= P(A \text{ virheellinen ja } B \text{ virheellinen ja } C \text{ virheellinen}) \\ &= P(A \text{ virheellinen}) \cdot P(B \text{ virheellinen}) \cdot P(C \text{ virheellinen}) \\ &= 0,12 \cdot 0,073 \cdot 0,039 \\ &\approx 0,000\,342 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} &P(\text{kaikki osat virheettömiä}) \\ &= P(A \text{ virheetön ja } B \text{ virheetön ja } C \text{ virheetön}) \\ &= P(A \text{ virheetön}) \cdot P(B \text{ virheetön}) \cdot P(C \text{ virheetön}) \\ &= (1 - 0,12) \cdot (1 - 0,073) \cdot (1 - 0,039) \\ &= 0,88 \cdot 0,927 \cdot 0,961 \\ &\approx 0,784 \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} &P(\text{ainakin yksi virheellinen}) \\ &= 1 - P(\text{ei mikään virheellinen}) \\ &= 1 - P(\text{kaikki osat virheettömiä}) \\ &= 1 - 0,88 \cdot 0,927 \cdot 0,961 \\ &\approx 0,216 \end{aligned}$$

Vastaus

a) 0,000 342 **b)** 0,784 **c)** 0,216

3.13

$$P(\text{kolikolla A tulee kruuna}) = 0,600$$

$$P(\text{kolikolla A tulee klaavaa}) = 1 - 0,600 = 0,400$$

$$P(\text{kolikolla B tulee kruuna}) = 0,500$$

$$P(\text{kolikolla B tulee klaavaa}) = 1 - 0,500 = 0,500$$

Merkitään $R = kRuuna$ ja $L = kLaava$.

$P(\text{valitaan kolikko A ja saadaan vähintään 1 kruuna})$

TAI $P(\text{valitaan kolikko B ja saadaan vähintään 1 kruuna})$

$$= P(\text{valitaan kolikko A ja saadaan vähintään 1 kruuna})$$

$$+ P(\text{valitaan kolikko B ja saadaan vähintään 1 kruuna})$$

$$= P(\text{valitaan kolikko A}) \cdot P(\text{saadaan vähintään 1 kruuna kolikolla A})$$

$$+ P(\text{valitaan kolikko B}) \cdot P(\text{saadaan vähintään 1 kruuna kolikolla B})$$

$$= P(\text{valitaan kolikko A}) \cdot (1 - P(\text{ei saada yhtään kruunaa kolikolla A}))$$

$$+ P(\text{valitaan kolikko B}) \cdot (1 - P(\text{ei saada yhtään kruunaa kolikolla B}))$$

$$= \frac{1}{2} \cdot (1 - P(3 \text{ klaavaa kolikolla A})) + \frac{1}{2} \cdot (P(3 \text{ klaavaa kolikolla B}))$$

$$= \frac{1}{2} \cdot (1 - 0,4^3) + \frac{1}{2} \cdot (1 - 0,5^3)$$

$$\approx 0,906$$

Vastaus

0,906

3.14

a) Korttipakassa on 52 korttia, joista 4 ässiä.

On nostettava vähintään $52 - 3 = 49$ korttia, jotta saadaan 100 %:n varmuudella ässä.

b) Korttipakassa on 52 korttia, joista 1 pataässä.

On nostettava vähintään $52 - 0 = 52$ korttia, jotta saadaan 100 %:n varmuudella pataässä.

Vastaus

a) 49 **b)** 52

3.15

$$P(\text{Elli myöhästyy}) = 0,12$$

$$P(\text{Elli ajoissa}) = 1 - 0,12 = 0,88$$

$$P(\text{Aleksi myöhästyy}) = 0,30$$

$$P(\text{Aleksi ajoissa}) = 1 - 0,30 = 0,70$$

a)

$$P(\text{molemmat myöhästävät})$$

$$= P(\text{Elli myöhästyy ja Aleksi myöhästyy})$$

$$= P(\text{Elli myöhästyy}) \cdot P(\text{Aleksi myöhästyy})$$

$$= 0,12 \cdot 0,30$$

$$= 0,036$$

b)

$$P(\text{vain Aleksi myöhästyy})$$

$$= P(\text{Aleksi myöhästyy ja Elli ajoissa})$$

$$= P(\text{Aleksi myöhästyy}) \cdot P(\text{Elli ajoissa})$$

$$= 0,30 \cdot 0,88$$

$$\approx 0,26$$

c)

$$P(\text{molemmat ajoissa})$$

$$= P(\text{Elli ajoissa ja Aleksi ajoissa})$$

$$= P(\text{Elli ajoissa}) \cdot P(\text{Aleksi ajoissa})$$

$$= 0,88 \cdot 0,70$$

$$\approx 0,62$$

d)

$P(\text{vain toinen myöhästyy})$

$= P(\text{Elli ajoissa ja Aleksi myöhästyy TAI Elli myöhästyy ja Aleksi ajoissa})$

$= P(\text{Elli ajoissa ja Aleksi myöhästyy}) + P(\text{Elli myöhästyy ja Aleksi ajoissa})$

$= P(\text{Elli ajoissa}) \cdot P(\text{Aleksi myöhästyy}) + P(\text{Elli myöhästyy}) \cdot P(\text{Aleksi ajoissa})$

$= 0,88 \cdot 0,30 + 0,12 \cdot 0,70$

$\approx 0,35$

e)

$P(\text{Elli tai Aleksi myöhästyy})$

$= 1 - P(\text{molemmat ajoissa})$

$= 1 - 0,88 \cdot 0,70$

$\approx 0,38$

Vastaus

a) 0,036 **b)** 0,26 **c)** 0,62 **d)** 0,35 **e)** 0,38

3.16

Tapa 1. Käytetään yleistä yhteenlaskusääntöä (Pitkä matematiikka)

Noppaa heitetään kaksi kertaa.

$$A: \text{” ensimmäisellä heitolla tulee kolmonen”} \quad P(A) = \frac{1}{6}$$

$$B: \text{” toisella heitolla tulee ykkönen”} \quad P(B) = \frac{1}{6}$$

$$P(A \text{ tai } B)$$

$$= P(A) + P(B) - P(A \text{ ja } B)$$

$$= P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$$

$$= \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6}$$

$$= \frac{11}{36}$$

$$\approx 0,306$$

Tapa 2. Käytetään toisensa poissulkevia tapahtumia (Lyhyt matematiikka)

Tapahtuma

"ensimmäisellä heitolla tulee kolmonen tai toisella heitolla tulee ykkönen"

tarkoittaa samaa kuin

"ensimmäisellä heitolla tulee kolmonen ja toisella ei tule ykkönen
tai
ensimmäisellä heitolla ei tule kolmonen ja toisella tulee ykkönen
tai
ensimmäisellä heitolla tulee kolmonen ja toisella tulee ykkönen".

Tämän todennäköisyys lasketaan seuraavasti.

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{11}{36} \approx 0,306$$

Vastaus

0,306

3.17

Tapahtuman

”kolmella heitolla saadaan ainakin yksi ykkönen tai ainakin yksi kuutonen”

vastatapahtuma on

”kolmella heitolla ei saada yhtään kolmosta eikä yhtään kuutosta”.

Tällöin suotuisia ovat silmäluvut 2, 3, 4 ja 5.

$P(\text{ainakin yksi ykkönen tai ainakin yksi kuutonen})$

$= 1 - P(\text{ei yhtään ykköstä eikä kutosta})$

$$= 1 - \frac{4}{6} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{4}{6}$$

$$= \frac{19}{27}$$

$$\approx 0,704$$

Vastaus

0,704

3.18

Penalla uimahousut putoavat mutkassa 10 % todennäköisyydellä.

- a) $P(\text{uimahousut putoavat 1. mutkassa}) = 0,10 = 10 \%$
- b) Tapahtuma ”uimahousut putoavat toisessa mutkassa” tarkoittaa, että ne eivät ole pudonneet ensimmäisessä mutkassa.

$$\begin{aligned} &P(\text{uimahousut putoavat 2. mutkassa}) \\ &= P(\text{uimahousut eivät putoa 1. mutkassa ja putoavat 2. mutkassa}) \\ &= (1 - 0,10) \cdot 0,10 \\ &= 0,09 \\ &= 9 \% \end{aligned}$$

- c) Tapahtuma ”uimahousut putoavat kolmannessa mutkassa” tarkoittaa, että ne eivät ole pudonneet ensimmäisessä tai toisessa mutkassa.

$$\begin{aligned} &P(\text{uimahousut putoavat 3. mutkassa}) \\ &= P(\text{uimahousut eivät putoa 1. mutkassa} \\ &\quad \text{ja eivät putoa 2. mutkassa} \\ &\quad \text{ja putoavat 3. mutkassa}) \\ &= (1 - 0,10) \cdot (1 - 0,10) \cdot 0,10 \\ &= 0,081 \\ &= 8,1 \% \end{aligned}$$

- d) Tapahtuma ”uimahousut eivät putoa” tarkoittaa, että uimahousut eivät putoa yhdessäkään kolmesta mutkasta.

$$\begin{aligned}
&P(\text{uimahousut eivät putoa}) \\
&= P(\text{uimahousut eivät putoa 1. mutkassa} \\
&\quad \text{ja eivät putoa 2. mutkassa} \\
&\quad \text{ja eivät putoa 3. mutkassa}) \\
&= (1 - 0,10) \cdot (1 - 0,10) \cdot (1 - 0,10) \\
&= 0,729 \\
&\approx 73 \%
\end{aligned}$$

- e) Tapahtuman ”uimahousut putoavat” vastatapahtuma on ”uimahousut eivät putoa”.

$$\begin{aligned}
&P(\text{uimahousut putoavat}) \\
&= 1 - P(\text{uimahousut eivät putoa}) \\
&= 1 - 0,729 \\
&= 0,271 \\
&\approx 27 \%
\end{aligned}$$

Vastaus

a) 10 % b) 9 % c) 8,1 % d) 73 % e) 27 %

3.19

Rasia A: 5 valkoista ja 3 ruskeaa Kaikki pilaantuneita
Rasia B: 8 valkoista ja 4 ruskeaa Kaikki tuoreita

a)

$$\begin{aligned} &P(\text{kananmuna ruskea ja pilaantunut}) \\ &= P(\text{valittu rasia A JA ruskea kananmuna}) \\ &= P(\text{valittu rasia A}) \cdot P(\text{ruskea kananmuna rasiasta A}) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{3+5} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{8} \\ &\approx 0,188 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} &P(\text{kananmuna on valkoinen}) \\ &= P(\text{valittu A ja valkoinen TAI valittu B ja valkoinen}) \\ &= P(\text{valittu A ja valkoinen}) + P(\text{valittu B ja valkoinen}) \\ &= P(\text{valittu A}) \cdot P(\text{valkoinen rasiasta A}) + P(\text{valittu B}) \cdot P(\text{valkoinen rasiasta B}) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{5+3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{8+4} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{8} + \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{12} \\ &\approx 0,646 \end{aligned}$$

Vastaus

a) 0,188 **b)** 0,646

3.20

Raimon laatikossa on 3 punaista ja 5 sinistä superpalloa, yhteensä 8 kpl.

Leenan laatikossa on 1 musta ja 4 punaista superpalloa, yhteensä 5 kpl.

Kun Raimo on palauttanut pallonsa Leenan laatikkoon,
Leenan laatikossa on yhteensä 6 palloa.

a) $P(\text{Leenan nostaa mustan KUN Raimo palauttanut pun tai sin pallon})$

$$= \frac{1}{6} \approx 0,167$$

b)

$P(\text{Leenan nostaa punaisen KUN Raimo palauttanut pun tai sin pallon})$

$= P(\text{Raimon pallo pun ja Leena nostaa pun})$

$\quad \text{TAI Raimon pallo sin ja Leena nostaa pun})$

$= P(\text{Raimon pallo pun ja Leena nostaa pun})$

$\quad + P(\text{Raimon pallo sin ja Leena nostaa pun})$

$= P(\text{Raimon pallo pun}) \cdot P(\text{Leena nostaa pun})$

$\quad + P(\text{Raimon pallo sin}) \cdot P(\text{Leena nostaa pun})$

$$= \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{6} + \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{6}$$

$$= \frac{35}{48}$$

$$\approx 0,729$$

c) Leenan laatikossa ei ole valmiiksi yhtään sinistä palloa. Jotta Leena voi nostaa laatikostaan sinisen pallon, on Raimon pallon oltava sininen.

$$\begin{aligned}
& P(\text{Leena nostaa sinisen KUN Raimo palauttanut punaisen tai sinisen}) \\
&= P(\text{Raimon pallo pun ja Leena nostaa sin} \\
&\quad \text{TAI Raimon pallo sin ja Leena nostaa sin}) \\
&= P(\text{Raimon pallo pun ja Leena nostaa sin}) \\
&\quad + P(\text{Raimon pallo sin ja Leena nostaa sin}) \\
&= P(\text{Raimon pallo pun}) \cdot P(\text{Leena nostaa sin}) \\
&\quad + P(\text{Raimon pallo sin}) \cdot P(\text{Leena nostaa sin}) \\
&= \frac{3}{8} \cdot \frac{0}{6} + \frac{5}{8} \cdot \frac{1}{6} \\
&= 0 + \frac{5}{48} \\
&\approx 0,104
\end{aligned}$$

Vastaus

a) 0,167 **b)** 0,729 **c)** 0,104